

Alteret úgy kaphatunk, ha kiválasztjuk a lineáris vektortér r -db elemét és vesszük ezek összes lineáris kombinációját.

Ha r db lineárisan független vektort választottunk ki, akkor a dimenziója r és a kiválasztott vektorok az alter bázisát alkotják.

R^3 Alterei

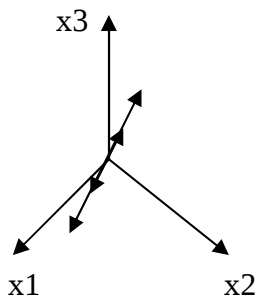
1. 0 dimenziós alter

Kiválasztjuk a $\{0,0,0\}$ vektort

2. Egydimenziós alter

Kiválasztjuk $\bar{V}$ ($\bar{V} \neq \bar{0}$)

$\lambda \bar{V} \longrightarrow$ origón átmenő egyenes

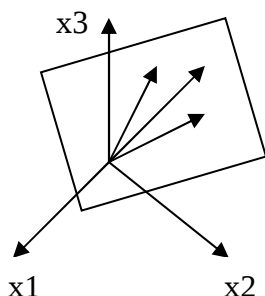


3. Kétdimenziós alter

Kiválasztunk 2 db lineárisan független vektort: V_1, V_2

$\lambda_1, \lambda_2 \in R$

$\lambda_1 V_1 + \lambda_2 V_2 \longrightarrow$ origón átmenő sík



4. Három dimenziós vektor

Kiválasztunk 3db lineárisan független vektort: V_1, V_2, V_3

$\lambda_1 \bar{V}_1 + \lambda_2 \bar{V}_2 + \lambda_3 \bar{V}_3 \longrightarrow R^3$

R^2 alterei

1. 0 dimenziós alter

Kiválasztjuk: $V = \{0,0\}$

$\lambda \bar{V} \rightarrow (0,0)$

2. Egydimenziós alter

Kiválasztunk egy vektort: $\bar{V}$, ($\bar{V} \neq \bar{0}$)

$\lambda \bar{V} \rightarrow$ origón átmenő egyenes

3. Kétdimenziós alter

Kiválasztunk 2 db lineárisan független vektort: V_1, V_2

$$\lambda_1 \bar{V}_1 + \lambda_2 \bar{V}_2 \longrightarrow R^3$$

R^1 alterei

1. 0 dimenziós altér

Kiválasztjuk: $V = 0$

$$\lambda V \rightarrow 0$$

2. Egydimenziós altér

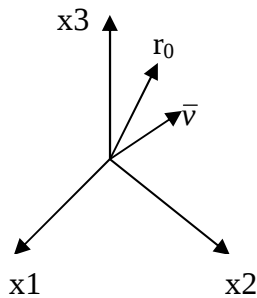
Kiválasztunk 1 elemet: V , ($V \neq 0$)

$$\lambda V \rightarrow R^1$$

$$\lambda \in R$$

Egyenes egyenlete

$$\bar{r} = \bar{r}_0 + t\bar{v}$$



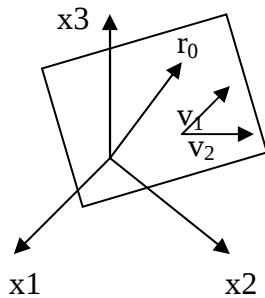
$$x = x_0 + tv_1$$

$$y = y_0 + tv_2$$

$$z = z_0 + tv_3$$

Sík egyenlete

$$\bar{r} = \bar{r}_0 + t_1 v_1 + t_2 w$$



$$x = x_0 + t_1 v_1 + t_2 w_1$$

$$y = y_0 + t_1 v_2 + t_2 w_2$$

$$z = z_0 + t_1 v_3 + t_2 w_3$$

Alterek-e az alábbiak?(indoklással)

$$V = \{(1 \ 1 \ 1)\} \quad \text{altér-e?}$$

$$\alpha = \{(1 \ 1 \ 1)\} \notin V \quad \text{tehát nem altér}$$

$$\alpha \in R$$

$$V = \{(1 \ 1 \ 1), (1 \ 1 \ 1), (2 \ 2 \ 2), \dots\}$$

$$\alpha(1 \ 1 \ 1) + \beta(2 \ 2 \ 2) \notin V$$

pl.

$$\alpha = 1,8; \beta = 0,3$$

Nem altér!

$$\{r(1 \ 1 \ 1) + S(2 \ 4 \ 5) \mid r, S \in \mathbb{R}\}$$

igen, mert origón átmenős sík!

$$\{r(1 \ 1 \ 1) + S(2 \ 4 \ 5) \mid S \in \mathbb{R}\}$$

$$\bar{r} = r_0 + t\bar{v}$$

nem mert nem origón átmenő egyenes

$$\{(t \ 1-t \ 2t) \mid t \in \mathbb{R}\}$$

$$x = t$$

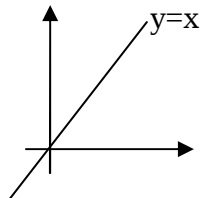
$$y = 1 - t \longrightarrow (0,1,0)$$

$$z = 2t$$

$$\bar{r} = r_0 + t\bar{v} \quad \bar{V} = (1, -1, 2)$$

Nem altér, mert nem origón átmenő egyenes

$$\{(t \ t \ 0) \mid t \in \mathbb{R}\}$$



$$x = t$$

$$y = t$$

$$z = 0$$

altér, mert origón átmenő egyenes

$$\{(x \ y \ z) \in \mathbb{R}^3; x - z = 0\}$$

$$Ax + By + Cz - D = 0$$

$$\bar{n} = (A, B, C)$$

ha $D=0$ akkor átmegy az origón.

IGEN, mert origón átmenő sík

$$\{(x \ y \ z) \in \mathbb{R}^3; x - z = 1\}$$

nem, mert nem origón átmenő sík

$$\{(u \ v \ w) \in R^3; u * v * w = 0\}$$

$$x = 0 \rightarrow (y, z) \quad \text{sík}$$

$$x = 0 \rightarrow (x, z) \quad \text{sík}$$

$$x = 0 \rightarrow (x, y) \quad \text{sík}$$

NEM altér, a 3db koordináta síkot tartalmazza és nem zárt az összeadás és számmal való szorzás műveletére

$$\{(u \ v \ w) \in R^3; u^2 + v^2 + w^2 = 0\}$$

Ez origó, tehát altér

INPUT-OUTPUT MODELL

Zárt termelési rendszer

(n db terméket állítunk elő a beépített termékeket is magunk gyártjuk)

$B \in R^{n \times n}$: technológiai mátrix (közvetlen anyagfelhasználás vagy ráfordítások)

b_{ij} – a j-edik termék egységének előállítására az i-edik termékből szükséges mennyiség

$T \in R^{n \times n}$ - teljes ráfordítások mátrixa

$T - B \in R^{n \times n}$ - közvetett ráfordítások mátrixa

$q \in R^k$ - bruttó termelés

$r \in R^l$ - nettó termelés

$B * g$ - termelő fogyasztás

$p \in R^n$ - termékek egységára

$m \in R^n$ - termékegységre eső új érték

$z \in R^n$ - szektoronkénti új érték

$R \in R^{n \times n}$ - anyagköltség mátrix

$A \in R^{n \times n}$ - közvetlen ráfordítások mátrixa pénzben (1ft bruttó termelési értékre eső közvetlen anyagköltség)

Összefüggések

$$q = Bq + r$$

$$r = q - Bq$$

$$r = (I - B) * q$$

$$q = (I - B)^{-1} r$$

$$T = (I - B)^{-1}$$

$$q = T * r$$

$$p^T = m^T * T$$

$$Z^T = m^T * Q \text{ ahol } Q = \text{dig}(q) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & & & \vdots \\ 0 & q & & \vdots \\ \vdots & & & 0 \\ 0 & & & \end{bmatrix}$$

$$A = P * B * P^{-1} = R * P^{-1}$$

Ágazati kapcsolatok mérlege

I. Természetben

$$\begin{array}{c|c|c} \begin{bmatrix} q \end{bmatrix} & & \begin{bmatrix} r \end{bmatrix} \\ \hline & BQ & \\ \hline \begin{bmatrix} z^T \end{bmatrix} & & \end{array}$$

$\leftrightarrow$

II. Pénzben

$$\begin{array}{c|c|c} \begin{bmatrix} Pq \end{bmatrix} & & \begin{bmatrix} Pr \end{bmatrix} \\ \hline & PBQ & \\ \hline \begin{bmatrix} z^T \end{bmatrix} & & \end{array}$$

$\leftrightarrow$
 $\updownarrow$